

# Innehåll

## Kapitel 1. Elementärt om talen och funktionerna

	Inledning	
1.1	Talsystemets uppbyggnad	1
1.2	Jämförelse av tal	3
1.3	Räkning med tal	4
1.4	Algebra	6
1.5	Likheter och olikheter	9
1.6	Absolutbeloppet av ett reellt tal	13
1.7	Intervall	15
1.8	Potenser	16
1.9	Kort om funktioner	18
1.10	Potensfunktioner	20
1.11	Exponentialfunktioner	21
1.12	Logaritmer	23
1.13	Logaritmfunktioner	26
1.14	Trigonometriska funktioner	27
1.15	Polynomfunktioner	35
	Övningar till kapitel 1	42

## Kapitel 2. Ekvationer

	Inledning	
2.1	Polynomekvationer	50
2.2	Andragradskurvor	54
2.3	Exponential- och logaritmekvationer	60
2.4	Prövning av rötter	63
2.5	Trigonometriska ekvationer	65
2.6	Trigonometriska formler och ekvationer	70
	Övningar till kapitel 2	76

## Kapitel 3. Komplexa tal

	Inledning	
3.1	Presentation av de komplexa talen	79
3.2	Det komplexa talplanet	83
3.3	Komplexa tal i polär form	86
3.4	Komplexa tal i potensform	89
3.5	Tolkning av komplex multiplikation	92
	Övningar till kapitel 3	96

## Kapitel 4. Vektorgeometri

	Inledning	
4.1	Planet och rummet	98
4.2	Avstånd i planet och rummet	100
4.3	Vektorer	104
4.4	Addition och subtraktion av vektorer	107
4.5	Multiplikation av vektor med tal	109
4.6	Längden av en vektor	112
4.7	Linjer i planet	117

4.8	Linjer i rummet	120
4.9	Skalärprodukten	124
4.10	Vektorprodukten	133
4.11	Plan i rummet	137
	Övningar till kapitel 4	142
<b>Kapitel 5. Linjära ekvationssystem</b>		
	Inledning	
5.1	Två ekvationer och två obekanta	147
5.2	Två ekvationer och tre obekanta	152
5.3	Tre ekvationer och tre obekanta	154
5.4	Totalmatris	159
5.5	Flera ekvationer och flera obekanta	163
	Övningar till kapitel 5	166
<b>Kapitel 6. Matriser och determinanter</b>		
	Inledning	
6.1	Matriser och matrisprodukt	169
6.2	Matrisräkning	173
6.3	Invers matris och enhetsmatris	175
6.4	Beräkning av invers matris	177
6.5	Determinanter av typ $2 \times 2$ och $3 \times 3$	183
6.6	Utveckling av determinant längs rad eller kolonn	186
6.7	Determinanter av typ $4 \times 4$ och större	188
6.8	Ekvationssystem med lika många ekvationer som obekanta	190
6.9	Egenvärden och egenvektorer	194
	Övningar till kapitel 6	199
<b>Kapitel 7. Funktioner</b>		
	Inledning	
7.1	Funktionsbegreppet	203
7.2	Talföljder	206
7.3	Reella funktioner	209
7.4	Sammansatta funktioner	213
7.5	Monotona funktioner	214
7.6	Inversa funktioner	217
7.7	Arcusfunktioner	221
	Övningar till kapitel 7	224
<b>Kapitel 8. Gränsvärden och kontinuitet</b>		
	Inledning	
8.1	Gränsvärde då $x$ går mot $\infty$	228
8.2	Gränsvärde då $x$ går mot $a$	234
8.3	Kontinuitet	241
8.4	Rationella funktioner	245
8.5	Gränsvärde av en talföljd då $n$ går mot $\infty$	248
	Övningar till kapitel 8	250

## Kapitel 9. Derivator och differentialer

	Inledning	
9.1	Derivata och tangentlinjer	253
9.2	Differentialräkning	257
9.3	Derivatans definition	261
9.4	Tidsderivatan som hastighetsmätare	262
9.5	Kedjeregeln	263
9.6	Produktregeln	267
9.7	Kvotregeln	269
9.8	Derivatan av $x^n$ för heltal $n$	271
9.9	Derivatan av de trigonometriska funktionerna	272
9.10	Implicit derivering	275
9.11	Derivatan av inversfunktionen	277
9.12	Derivatan av $e^x$ och $\ln x$	280
9.13	Derivatan av $a^x$ och $x^a$	282
9.14	Logaritmisk derivering	284
9.15	Feluppskattningar	285
	Övningar till kapitel 9	287

## Kapitel 10. Primitiva funktioner

	Inledning	
10.1	Antiderivatan	292
10.2	Partiell integration	300
10.3	Variabelsubstitution	303
10.4	Integraler av rationella funktioner	309
	Övningar till kapitel 10	317

## Kapitel 11. Bestämda integraler

	Inledning	
11.1	Områden begränsade av linjer	319
11.2	Trappstegsfunktioner	321
11.3	Definition av bestämd integral	325
11.4	Integralkalkylens medelvärdessats	330
11.5	Integralkalkylens huvudsats	331
11.6	Fler bestämda integraler	336
11.7	Generaliserade integraler	341
	Övningar till kapitel 11	346

## Kapitel 12. Tillämpningar av derivatan

	Inledning	
12.1	Differentialkalkylens medelvärdessats	349
12.2	Högre derivator och acceleration	351
12.3	Extrempunkter	353
12.4	Grafritning	362
12.5	Optimering	364
	Övningar till kapitel 12	366

## Kapitel 13. Tillämpningar av integralen

	Inledning	
13.1	Integralen av differentialen	369
13.2	Rotationsvolym	375

13.3	Dubbelintegraler	380
13.4	Kurvor och båglängd	388
13.5	Kurvintegraler och arbete	391
13.6	Härledning av ekvationer med derivator	394
	Övningar till kapitel 13	396
<b>Kapitel 14. Differentialekvationer</b>		
	Inledning	
14.1	Ekvationer med derivator	399
14.2	Allmän och partikulär lösning	402
14.3	Olika typer av differentialekvationer	405
14.4	Separabla differentialekvationer	406
14.5	Linjära differentialekvationer av första ordningen	410
14.6	Homogena linjära differentialekvationer av andra ordningen med konstanta koefficienter	415
14.7	Inhomogena linjära differentialekvationer av andra ordningen med konstanta koefficienter	420
14.8	Differentialekvationer av högre ordning med konstanta koefficienter	428
14.9	Svängningsekvationer	430
14.10	System av differentialekvationer	435
	Övningar till kapitel 14	441
<b>Kapitel 15. Serier</b>		
	Inledning	
15.1	Allmänt om serier	448
15.2	Harmoniska serien och andra $p$ -serier	451
15.3	Jämförelse av positiva serier	454
15.4	Geometrisk serier och kvotkriteriet	456
15.5	Absolutkonvergens och alternerande serier	462
15.6	Potensserier	464
15.7	Approximation av funktionen $y = \sin x$	466
15.8	Maclaurinserier för elementära funktioner	469
15.9	L'Hospitals regel	476
	Övningar till kapitel 15	479
<b>Kapitel 16. Analys i flera variabler</b>		
	Inledning	
16.1	Lutningar i ett plan	482
16.2	Tangentplan och partiella derivator	485
16.3	Differentialer	488
16.4	Nivåkurvor	492
16.5	Optimering av flervariabelfunktioner	496
16.6	Optimering med bivillkor	498
	Övningar till kapitel 16	501
	<b>Svar till testproblem</b>	505
	<b>Svar till övningar</b>	521
	<b>Appendix</b>	551
	<b>Index</b>	557