

$M \times T P :: R P . S P$; & connectatur $S F$; hæc curvam $F B F$ tanget; id quod omnino simili discursu demonstratur, quo tertia hujus; tantum hinc (non per E ad $V D$ parallela ducitur, at) connectitur $E T$; & loco septimæ allegatur octava septimæ Lectionis. quid plura?

XIII. Adnotetur, si linea $E B E$ sit recta, (rectæ nempe $B R$ coincidentis) esse lineam $F B F$ ex infinitis hyperbolicis (vel hyperboliformibus) aliquam; quarum igitur (unâ cum aliarum infinitis diversi generis plurium) *Tangentes* determinandi modum uno *Theoremate* complexi sumus.

XIV. Quod si puncta T, R non ad easdem partes puncti D (vel P) cadant; curvæ $F B F$ tangens ($B S$) designatur faciendo $N \times R D =$
 $M \} \times T D . M \times T D :: R D . S D .$
 $- N \} \times T D .$

Simili planè discursu constat hoc, tantum (quartæ loco) septimæ Lectionis quintam adhibendo.

XV. Hinc autem nedum *Ellipsoïdum* omnium (posito nempe lineam $E B E$ rectam esse, lineæ $B R$ coincidentem) ast aliarum alterius generis *linearum innumerabilium Tangentes* unâ operâ determinantur.

Exemplum. Si $P F$ sit è quatuor mediis quarta, seu $M = 5$; & $N = 4$; erit $S D = \frac{5 T D \times R D}{4 R D - T D}$.

Notetur, si contigerit esse $N D \times R D = \frac{M \} \times T D$, esse $D S$ infinitam; seu $B S$ ipsi $V D$ parallelam. Alia possent adnotari; sed relinquo.

XVI. Inter alias curvas innumeras, etiam hæc methodo *Cissois* & *Cissoïdium* omne genus comprehenditur: Sit utique semirectus angulus $D S B$; curvæque duæ $S G B$, $S E E$ sic ad se referantur, ut ductâ liberè rectâ $G E$ ad $B D$ parallelâ, (quæ lineas expolitas, ut conspicis, secet) sint $P G, P F, P E$ continuè proportionales; tangat autem recta $G T$ curvam $S G B$ in G , reperietur quæ ad E lineam $S E B$ tangit, faciendo $2 T P - S P . T P :: S P . R P$; utique connexa $R E$ curvam $S E E$ tanget. Id quod è præmissis facile colligitur. Quod si jam curva $S G B$ sit circulus, & applicationis angulus $S P G$ sit

Fig. 103.

sit rectus, erit curva $S E E$ *Cissois vulgaris*, seu *Dioclea*; alioquin alterius generis *Cissoïdalis*. Hoc autem *in rapidis* perstringo. Neq; jam amplius vos detinebo.

LECT. X.

Institutum circa tangentes negotium adhuc urgeo.

I. Sit curva quæpiam $A E G$, nec non alia $A F I$ sic ad illam relata, ut ductâ quâcunque $E F$ ad positionem datam $A B$ parallelâ (quæ curvam $A E G$ secet in E , curvamque $A F I$ in F (sit perpetim $E F$ æqualis curvæ $A E G$ ab A intercepto arcui $A E$; tangat autem recta $E T$ curvam $A E G$ in E , sitque $E T$ æqualis arcui $A E$, & connectatur recta $T F$; hæc curvam $A F I$ tanget. Fig. 104.

Nam ducatur utcunque recta $G K$ ad $A B$ parallelâ, lineas propositas secans, ut cernis; estque $G K = G H + H K = G H + H T$ (a) arc. $A G = G I$; unde punctum K extra curvam $A F I$ situm est; adeoque recta $T K$ ipsam tangit. (a) 22 Lect. VII.

II. Quod si recta $E F$ quamlibet ad arcum $A E$ rationem semper eandem habeat, nihilo secius recta $F T$ curvam $A F I$ tanget; ut ex hac, & octavæ Lectionis sexta manifestæ consecatur.

Hæc antea pridem aliter ostendimus; ast hæc demonstratio simplicior aliquanto videtur, & clarior; methodoque quæ insinuamus accommodatior.

III. Sit curva quæpiam $A G E$, punctumque designatum D ; sit item alia curva $A I F$ talis, ut à D projectâ rectâ quâcunque $D E F$, sit semper intercepta $E F$ par arcui $A E$; tangatque recta $E T$ curvam $A G E$; oportet curvæ $A I F$ *Tangentem* (ad F) designare. Fig. 105.

Fiat $T E =$ arc. $A E$; sitque curva $T K F$ talis, ut ductâ utcunque (è D) rectâ $D K$ (quæ curvam $T K F$ secet in K , rectamque $T E$ in H)

(a) 17. Lect. VIII. sit semper $HK = HT$; tam curvam TKF (a) tangat recta FS in F ; hæc curvam AIF quoque continget.

(a) 22. Lect. VII. Est enim $GK = GH + HK = GH + HT$ (a) $GA = GI$. quare punctum K extra curvam AIF jacet; adeoque recta FS curvam AIF continget.

IV. Quod si recta EF ad arcum AE eandem aliquamcunque statuaturs habere proportionem, tangens ejus facile determinatur ex hac, & octava octavæ Lectionis.

Fig. 106.

V. Sint recta AP , duæque curva $AE G$, AFI , ita ad se relatæ ut ductâ utcunque rectâ DEF (quæ rectam AP , curvas $AE G$, AFI punctis D, E, F , secet) sit semper recta DT æqualis arcui AE ; tangat autem recta ET curvam $AE G$ ad E ; sumaturque ET par arcui EA ; & sit TR ad BA parallela; connectatur denuo recta RF ; hæc curvam AFI tanget.

Concipiatur enim curva LFL talis; ut ductâ quâcunque rectâ PL ad AB parallelâ (quæ curvam $AE G$ in G , rectam TE in H , curvam LFL in L secet) sit perpetuò recta PL æqualis ipsis TH, HG simul; est itaque PL (a) \square arc. $AE G^* = PI$. Unde curva LFL curvam AFI tangit. Item recta IK (b) æquatur rectæ TH ; (c) adeoque curva LFL rectam RFK tangit; (d) quare curvam AFI tanget recta.

VI. Etiam si rectæ DE ad arcus AE quamlibet semper eandem rationem habeant, recta RF nihilominus curvam AFI tanget, ut ex hac, & sexta octavæ Lectionis facile patet.

Fig. 107.

VII. Sit punctum D ; duæque curvæ AGE, DIF ita versùs se relatæ sint, ut à puncto D projectâ quâvis rectâ DFE , sit perpetuò recta DF æqualis arcui AE ; tangat autem recta ET curvam AGE ad E ; designanda jam est recta, quæ curvam DIF tangat (ad F).

Sumatur ET par arcui FS ; concipiaturque curva DKK talis; ut à D projectâ utcunque rectâ DH (quæ curvam DKK in K , rectam TE in H secet) sit perpetuò $DK = TH$; tum curvam DKK (a) tangat recta FS ad F ; hæc curvam DIF quoque tanget.

Intelligatur enim curva LFL talis, ut à D projectâ quâpiam rectâ DH (quæ rectam TE secet in H , curvam LFL in L) sit semper $DL = TH + HG$; est itaque DL (b) \square arc. AG (c) $= DI$; (d) itaque curvæ DIF, LFL sese (b) contingent. item curvæ KEK, LFK

(a) 16. Lect. VIII.

(b) 22. Lect. VII.

(c) Hyp.

(d) 4. Lect. VIII.

LFK sese contingunt. (e) quare curvæ DIF, KFK se quoque contingunt. (e) ergo denique recta FS curvam DIF continget. (e) 2. Lect. VIII.

VIII. Quod si rectæ DF quamvis aliam constanter eandem ad arcus AE rationem obtinuerint, iidem designari potest recta curvam DIF tangens, ex hac, & septima octavæ Lectionis; erit utique tangens ista huic FS parallela.

IX. Hinc nedum *spiralis circularis*, aut innumerabilium simili ratione progenitarum aliarum curvarum *Tangentes* determinantur.

X. Sint curva quæpiam AEH , recta AD (in qua determinatum punctum D) recta DH positione data; sit item curva AGB talis, ut in hac assumptio quocunque puncto G , & per hoc ac D projectâ rectâ DGE (quæ curvam AEH secet in E) ductâque GF ad DH parallelâ habeant AE, AF assignatam rationem X ad Y ; tangat autem recta ET curvam AEH ; recta designetur oportet, quæ curvam AGB ad G tangat. Fig. 108.

Fiat recta EV æqualis arcui EA ; & concipiatur curva OGO talis, ut projectâ quâcunque rectâ DOL (quæ curvam OGO secet puncto O , rectam ET in L) ductâque OQ ad GF parallelâ, sit $VL : AQ :: X : Y$; estque curva OGO (è supra monstratis) *Hyperbola*; hanc tangat recta GS ; etiam recta GS curvam AGB continget.

Nam concipiatur altera curva NGN talis, ut cum hæc secet recta arbitraria DL in N , curvam AEH in K , rectam TE in L ; ductâque, sit NR ad GF parallela, sit $VL + LK : AR :: X : Y$; manifestum est curvam NGN utramque curvam $AGB, & OGO$ tangere. [secet enim recta DL curvam AEB in I , ducaturque IP ad GF parallela; quum ergò sit $VL + LK : AR :: X : Y :: AK : AP$, & sit $VL + LK \square AK$, erit $AR \square AP$; vel $DR \square DP$; adeoque $DN \square DI$; unde punctum N intra curvam AGB semper cadet; ac proinde curva NGN curvam AGB tanget; similique planè discursu curva NGN curvam OGO continget.] Itaque curvæ AGB, OGO sese (æquipollentèr) tangunt. Quare cum recta GS curvam OGO tangat; eadem curvam AGB quoque continget: Q, E, F .

Si curva AEH sit circuli quadrans, cujus centrum D ; erit curva AGB *Quadratrix communis*. Ejus igitur *Tangens* (unâ cum omnium simili ratione genitarum tangentibus) hoc pacto designatur,

Hujusmodi

Hujusmodi plura quædam cogitaram hîc inserere; verùm hæc ex-
istimo sufficere subindicando modo, juxta quem, citra *Calculi molesti-*
am, curvarum tangentes exquirere licet, unaque constructiones de-
monstrare. Subjiciam tamen unum aut alterum non aspernanda, ut vi-
detur *Theoremata* perquam generalia.

Fig. 109.

XI. Sit linea quæpiam ZGE, cujus axis VD, ad quam impri-
mis applicatæ perpendiculares (VZ, PG, DE) ab initio VZ con-
tinuè utcumque crescant; sit item linea VIF talis, ut ductâ quâcunq;
rectâ EDF ad VD perpendiculari (quæ *curvas* secet punctis E, F,
ipsam VD in D) sit semper *rectangulum* ex DF, & designatâ quâ-
dam R æquale spatio respectivè *intercepto* VDEZ, fiat autem DE.
DF::R.DT; & connectatur recta TF; hæc curvam VIF
continget.

Fig. 110.

Sumatur enim in linea VIF punctum quodpiam I (illud primò su-
pra punctum F, versus initium V) & per hoc ducantur rectæ IG ad
VZ, ac KL ad VD parallelæ (quæ lineas expositas secent, ut vides)
estque tum LF.LK::(DF.DT::)DE.R; adeoque LF x
R = LK x DE. Est autem (ex præstituta linearum istarum natura)
LF x R æquale spatio PDEG; ergò LK x DE = PDEG =
DP x DE. Unde est LK = DP; vel LK = LI.

Rursus accipiatur quodvis punctum I, infra punctum F, reliquaq;
fiant, uti prius; similique jam planè discursu constabit fore LK x DE
= PDEG = DP x DE, unde jam erit LK = DP, vel LI. È
quibus liquidò patet totam rectam TKFK intra (seu extra) curvam
VIFI existere.

Iisdem quoad cætera positis, si *ordinata* VZ, PG, DE, &c. con-
tinuè decrescant, eadem conclusio simili ratiocinio colligetur; uni-
cum obvenit *Discrimen*, quòd in hoc casu (contra quam in priore)
linea VIF concavas suas axi VD obvertat.

Corol. Notetur DE x DT æquari spatio VDEZ.

Fig. 111.

XII. Exindè deducitur hoc *Theorema*: Sint duæ lineæ quævis
ZGE, VKF ta relatæ, ut ad communem ipsarum axem VD ap-
plicatâ quâvis rectâ EDF, sit semper quadratum ex DE æquale *du-*
plo spatio VDEZ; sumatur autem DQ = DE, & connectatur FQ;
hæc curvæ VKF perpendicularis erit.

Concipiatur enim linea VIF, per F transiens, talis qualem mox
attigimus (cujus scilicet ad VD applicatæ se habeant ut spatia VDEZ;
hoc est ut quadrata ex applicatis à curva VKF in præsentè hypothèsi)
lineamque

lineamque VIF tangat recta FT; item lineam VKF tangat recta
FS. Est ergò SD(a) = 2 TD. atqui DE x DT (b) = VDEZ.
ergò DE x SD = (2 VDEZ =) FDq. unde constat angulum (a) 5. Lect.
IX.
QFS rectum esse. quod Propositum erat. (b) Cor. præc.
Adjungam & illis cognata hæc.

XIII. Sit curva quævis AGEZ, punctumque quoddam D (à quo
projectæ DA, DG, DE, &c. ab initio DA continuè decrescant) Fig. 112.
tum altera sit curva DKE, priorem interfecans in E, naturæque ta-
lis, ut à D utcumque projectâ rectâ DKG (quæ curvam AEZ secet
in G, curvam DKE in K) sit perpetuò *rectangulum* ex DK, & de-
signatâ quâdam lineâ R æquale spatio ADG; tum ductâ DT ad
DE perpendiculari, sit DT = 2 R; & connectatur TE; hæc
curvam DKE continget.

Nam sumpto quovis in curva DKE puncto K, ducatur recta DKG;
& sumptâ DL = DK, ducatur LR ad DT parallela (secans ipsam
DG in Y). tum per E ducatur EX ad DE perpendicularis (hæc
verò extra curvam AEZ, ad partes Z cadet, quia decrescunt proje-
ctæ versus Z, unde EX versus A intra curvam EGA cadet; eate-
nus saltem, quatenus huic Proposito satisfaciet). Sit jam primò pun-
ctum G supra E, versus initium A, & ob TD.DE::RL.LE; (a) Hyp.
adeoque RL x DE = TD x LE (a) = 2 R x LE (a) = 2 GDE
= 2 DE x EX = EX x DE. ergò RL = EX = LY. Est autem
punctum Y extra curvam, quia DY < DL = DK; ergò magis
punctum R est extra curvam.

Sit rursus punctum G infra punctum E, versus Z; estque rursus,
ut prius, RL x DE = 2 GDE = 2 triang. EDX = EX x DE.
unde RL = EX = LY. Est autem recta LY extra curvam EK
tota, (nam etiam extra arcum LK curvæ KE circumductum tota ja-
cet) ergò punctum R rursus extra curvam existit. Liquidum est igitur
rectam TER curvam DKE tangere.

Quòd si punctum aliud in curva DKE designetur, puta K; per
quod ducta sit DKG; & fiat DG.DK::R.P; sumaturque
DT = 2 P; & connectatur TG; tum ducatur KS ad GT paralle-
la; recta KS curvam DKE tanget.

Nam concipiatur curva DOG, per G transiens, talis, ut rectâ
quâcunq; DON à D projectâ (quæ curvam DOG secet in O,
curvam DNE in M, curvam AGE in N) sit semper DO x P æ-
qualis spatio ADN; erit ideò DM x R = DO x P; ac proinde
DM.DO::P.R. unde lineæ DKE, DOG analogæ erunt. Ver-
rum

rum ex jam modo ostensis G T curvam DOG tangit; ergò K S ipsam D K E continget.

Notetur esse $DGq \cdot DKq :: 2R \cdot DS$.

Nam est $DGq \cdot DKq = DG \cdot DK + DG \cdot DK = R \cdot P + DT \cdot DS = R \cdot P + 2P \cdot DS = 2RP$. $P \times DS = 2R \cdot DS$. itaque $DGq \cdot DKq :: 2R \cdot DS$.

Hæc autem perinde vera sunt, nec absimili modo demonstrantur; etiam si projectæ à D rectæ DA, DG, DE, &c. pares sint (quo casu curva A E Z Circulus erit, & Curva D K E Spiralis Archimedæa) aut à DA continuo crescant.

Exindè verò facilè colligitur hoc Theorema :

Fig. 114.

XIV. Sint duæ curvæ AGE, D K E ita versus se relatæ, ut à designato in curva D K E puncto D ductis rectis DA, DG (quarum hæc ipsam D K E secet in K) sit semper *Quadratum* ex DK *Quadruplum spatii* ADG; ductâ DH ad DG perpendiculari, & facto DK. DG :: DG.DH; connexâque HK; erit HK curvæ D K E perpendicularis.

Nam concipiatur linea D O K O, per K transiens, naturâque talis ut ad illam à D projectæ (ceu DK) se habeant in eadem quâ spatia ADG ratione (quales lineas attigimus in proximè superiori) & lineam D O K tangat recta K T, lineam D K E recta K S; convenient autem hæc cum ipsâ HD punctis T, S, est igitur (è præcedente) $DGq \cdot DKq :: \frac{DK}{2} \cdot DT$. hoc est DH.DK :: $\frac{DK}{2} \cdot DT$; hoc est (quo-

In 12. hujus. niam è * mox præmonstratis $DS = 2DT$) DH.DK :: $\left(\frac{DK}{2} \cdot \frac{DS}{2}\right) :: DK \cdot DS$. Liquet igitur rectam HK tangenti KS perpendicularem esse: Q. E. D.

Ita Propositi nostri priore (quam Innuebamus) parte quomodo-cunque defuncti sumus. Cui supplendæ, appendiculæ instar, subnectemus à nobis usitatum methodum ex Calculo tangentes reperienti. Quanquam haud scio, post tot ejusmodi pervulgatas atque protritatas methodos, an id ex usu sit facere. Facio saltem ex Amici consilio; eoque libentiùs, quòd præ cæteris, quas tractavi, compendiosa videtur, ac generalis. In hunc procedo modum.

Sint AP, PM positione datæ rectæ lineæ (quarum PM propositam curvam secet in M) & MT curvam tangere ponatur ad M, rectam

rectam AP secare ad T; ut ipsius jam rectæ PT quantitatem exquiram; curvæ arcum MN indefinitè parvum statuo; tum duco rectas NQ ad MP, & NR ad AP parallelas; nomino $MP = m$, $PT = t$; $MR = a$; $NR = e$; reliquâsque rectas, ex speciali curvæ natura determinatas, utiles proposito, nominibus designo; ipsas autem MR, NR (& mediantibus illis ipsas MP, PT) per *aquationem* è Calculo deprehensam inter se comparo; regulas interim has observans. 1. Inter computandum omnes abjicio terminos, in quibus ipsarum a , vel e potestas habetur, vel in quibus ipsæ ducuntur in se (etenim isti termini nihil valebunt).

2. Post *aquationem constitutam*, omnes abjicio terminos, literis constantes quantitates notas, seu determinatas designantibus; aut in quibus non habentur a , vel e . (etenim illi termini semper, ad unam æquationis partem adducti, nihilum adæquabunt).

3. Pro a ipsam m ; (vel MP) pro e ipsam t (vel PT) substituo. Hinc demum ipsius PT quantitas dignoscetur.

Quòd si calculum ingrediatur curvæ cujuscumque indefinita particula; substituat eam loco tangentis particula ritè sumpta; vel ei quævis (ob indefinitam curvæ parvitatem) æquipollens recta.

Hæc autem è subnexis Exemplis clarius elucescent.

Exemp. I.

Angulus ABH rectus sit; & sit curva AMO talis, ut per A ductâ utcumque rectâ AK, quæ rectam BH secet in K, curvam AMO in M, sit semper subtensa AM æqualis abscissæ BK; hujus curvæ ad M tangens est designanda. Fig. 116.

Fiant quæ supra præscripta sunt, & (ductâ ANL) nominetur $AB = r$; & $AP = q$; unde $AQ = q - e$; item $QN = m - a$. ergò est $qq + ee - 2qe + mm + aa - 2ma = (AQq + QNq = ANq =) BLq$; hoc est (rejectis, uti monitum est, rejiciendis) $qq - 2qe + mm - 2ma = BLq$. Porro est $AQ \cdot QN :: AB \cdot BL$; hoc est $q - e \cdot m - a :: r \cdot BL = \frac{rm - ra}{q - e}$. quare $\frac{rm - ra}{q - e} = BLq$; seu

(rejectis superfluis) $\frac{rmm - 2rrma}{qq - 2qe} = BLq = qq - 2qe + mm - 2ma$. vel $rmm - 2rrma = q^2 - 2q^2e + qqmm - 2qqma - 2q^2e + 4qqe - 2qmm + 4qma$; hoc est (abjectis iis, quæ præscriptimus abjici-

abjicienda) $-2rrma = -4q^3e - 2qqma - 2qmm e$. vel
 $rrma - qqma = 2q^3e + qmm e$; vel denuò substituendo m
 pro a , & t pro e , est $rrmm - qqmm = 2q^3t - qmm t$; vel
 $\frac{rrmm - qqmm}{2q^3 - qmm} = t = PT$.

Exemp. II.

Fig. 117.

Sit recta EA (positione ac magnitudine data) & curva EM O
 proprietate talis, ut ab ea utcumque ductâ rectâ MP ad EA perpen-
 diculari *Summa Cuborum* ex AP, & MP æquetur *Cubo* rectæ AE.

Nominentur AE = r; AP = f; unde AQ = f + e; & AQ
 cub. = $f^3 + 3ffe + 3fee + e^3$; (seu abjectis superfluis, ex præ-
 scripto) = $f^3 + 3ffe$. Item NQ cub. = cub. $m - a = m^3 -$
 $3mma + 3maa - a^3$ (hoc est) = $m^3 - 3mma$. Quapropter
 est $f^3 + 3ffe + m^3 - 3mma = (AQ \text{ cub.} + NQ \text{ cub.} =$
 $AE \text{ cub.} =) r^3$. abjectisque datis, est $3ffe = 3mma = o$.
 seu, $ffe = mma$; subrogatisque loco a , & e ipsis m , & t , erit
 $fft = m^3$; seu $t = \frac{m^3}{ff}$; est ergo PT quarta proportionalis in ratio-
 ne AP ad PM continuata.

Similiter, Si fuerit APqq + MPqq = AEqq; reperietur
 fore $PT = \frac{m^4}{f^3}$; vel PM quarta proportionalis in ratione AP ad
 PM; ac ita porro; quod de *Cycloformibus* istis lineis an observatu
 dignum sit nescio.

Exemp. III.

Fig. 118.
La Galande

Positione data sit recta AZ, & AX magnitudine; sit etiam curva
 AM O talis, ut ductâ utcumque rectâ MP ad AZ normali, sit AP
 cub. + PMcub. = AX x AP x PM.

Dicantur AX = b; & AP = f; ergo AQ = f - e; & AQ
 cub. = $f^3 - 3ffe$; & QN cub. = $m^3 - 3mma$. & AQ x
 QN = $fmm - fma - me + ae = fmm - fma - me$; unde AX x
 AQ x QN = $bfm - bfa - bme$; hinc æquatio $f^3 - 3ffe$
 $+ m^3 - 3mma = bfm - bfa - bme$; seu amolendo reje-

ctanea

ctanea, $bfa - 3mma = 3ffe - bme$; substituendoque $bfm -$
 $3m^3 = 3fft - bmt$; seu, $\frac{bfm - 3m^3}{3ff - bm} = t$.

Exemp. IV.

Sit *Quadratrix* CMV (ad circulum CEB pertinens cui centrum
 A,) cujus axis VA; ordinatæ CA. MP ad VA perpendiculari-

Fig. 119.

res. Protractis rectis AME, ANF, ductisque rectis EK, FL ad AB
 perpendicularibus, dicantur arcus CB = p; radius AC = r; recta
 AP = f; AM = k. Estque jam CA arc. CB :: NR. arc. FE.

hoc est, $r.p :: a.\frac{p^a}{r} = \text{arc. FE.} & AM.MP :: AE.EK$; hoc

est, $k.m :: r.\frac{r^m}{k} = EK$; item AE.EK :: arc.FE.LK. hoc

est $r.\frac{r^m}{k} :: \frac{p^a}{r}.\frac{p^m a}{rk} = LK$. Verum AM.AE :: AP.AK;

hoc est $k.r :: f.\frac{rf}{k} = AK$. ergo $\frac{rf}{k} - \frac{p^m a}{rk} = AL$. Et $\frac{rrff}{kk}$

$\frac{2fmpa}{kk}$ (abjectis superfluis) = ALq; adeoque LFq =

$\frac{rrkk - rrff + 2fmpa}{kk} = \frac{rrmm + 2fmpa}{kk}$.

Est autem AQq. QNq :: ALq.LFq; hoc est Q:f - e.

Q:m + a :: ALq.LFq. hoc est $ff - 2fe.m + 2ma ::$
 $rrff - 2fmpa.rrmm + 2fmpa$. Unde (sublatis ex nor-

ma rejectaneis) emerget æquatio, $ffpa + mmpa - rfa = rme$; seu
 $kkpa - rfa = rme$; vel substituendo juxta præscriptum, $kkpm - rfm$
 $= rmt$; vel $\frac{kkp}{rr} - f = t$. Hinc colligitur esse rectam AT =

$\frac{kk}{rr}p$; hoc est (quoniam, ut notum est, $AV = \frac{rr}{p}$) erit AT =

$\frac{AMq}{AV}$; seu, AV.AM :: AM.AT.

Exemp. V.

Fig. 120,
121.

Sit DEB *Quadrans Circuli*, quem tangat recta BX; tum linea AMO talis, ut in recta AV utcumque sumptâ AP, quæ arcum BE adæquet, erectâque PM ad AV normali, sit PM æqualis arcûs BE tangenti BG.

Sumpto arcu BF = AQ; & ductâ CFH, demissis EK, FL ad CB normalibus; nominentur CB = r. CK = f: KE = g. Et quoniam est CE. EK :: arc. BF. LK, vel CE. EK :: QF.

LK; hoc est $r \cdot g :: e \cdot \frac{g^e}{r} = LK$; erit $CL = f + \frac{g^e}{r}$. Et LF

$$= \sqrt{rr - ff - \frac{2fge}{r}} = \sqrt{gg - \frac{2fge}{r}}$$

Est autem CL.LF :: (CB.BH::) CB. QN. hoc est,

$$f + \frac{g^e}{r} \cdot \sqrt{gg - \frac{2fge}{r}} :: r \cdot m - a. \text{ vel (quadrando) } ff +$$

$$\frac{2fge}{r} \cdot gg - \frac{2fge}{r} :: rr \cdot mm - 2ma. \text{ Unde (dimissis quæ}$$

oportet) obtinetur æquatio, $rfma = grre + gmmc$. unde

$$\text{substituendo, } efrfmm = grrt + gmmt. \text{ vel } \frac{rfmm}{grr + gmm} = t.$$

seu (quoniam est $m = \frac{rg}{f}$) erit $t = \frac{rr}{rr + mm} m = \frac{CBg}{CGg} BG =$

$$\frac{CKg}{CEg} BG.$$

Hæc sufficere videntur huic methodo elucidandæ.

in
siones
utiq;

VD
mpto
Z ad
tium

Fig. 122.

Din-
BZ,
nibus
itur;
; li-
mle
o re-
DH
nstra
mila-
} A x
angu-
KI x
nd iti-
AV

isdem:

