$M \times TP :: RP . SP$; & connectatur SF; hæc curvam FBF tanget; id quod omnino simili discursu demonstratur, quo tertia hujus; tantùm hîc (non per E ad V D parallela ducitur, at) connectitur E T; & loco septimæ allegatur octava septimæ Lectionis. quid plura?

XIII. Adnotetur, si linea E B E sit recta, (rectæ nempe B R coincidens) esse lineam F B F ex *infinitis hyperbolis* (vel *hyperboliformibus*) aliquam; quarum igitur (unà cùm aliarum infinities diversi generis plurium) *Tangentes* determinandi modum uno *Theoremate* complexi sumus.

Fig. 102. XIV. Quòd si puncta T, R non ad easdem partes puncti D (vel P) cadant; curvæ F B F tangens (B S) designatur faciendo $N \times RD - \left.\begin{matrix} M \\ -N \end{matrix}\right\} \times TD . M \times TD :: RD . SD$.

Simili planè discursu constat hoc, tantùm (quartæ loco) septimæ Lectionis quintam adhibendo.

XV. Hinc autem nedum *Ellipsoidum* omnium (posito nempe lineam E B E rectam esse, lineæ B R coincidentem) ast aliarum alterius generis *linearum innumerabilium Tangentes* unâ operâ determinantur.

Exemplum. Si P F sit è quatuor mediis quarta, seu $M = 5$; & $N = 4$; erit $SD = \frac{5TD \times RD}{4RD - TD}$.

Notetur; Si contigerit esse $ND \times RD = \left.\begin{matrix} M \\ -N \end{matrix}\right\} \times TD$, esse DS infinitam; seu B S ipsi V D parallelam. Alia possent adnotari; sed relinquo.

Fig. 103. XVI. Inter alias curvas innumeras, etiam hâc methodo *Cissois* & *Cissoidalium* omne genus comprehenditur: Sit utique semirectus angulus D S B; curvæque duæ S G B, S E E sic ad se referantur, ut ductâ liberè rectâ G E ad B D parallelâ, (quæ lineas expositas, ut conspicis, secet) sint P G, P F, P E continuè proportionales; tangat autem recta G T curvam S G B in G, reperietur quæ ad E lineam SEB tangit, faciendo $2TP - SP . TP :: SP . RP$; utique connexa R E curvam S E E tanget. Id quod è præmissis facilè colligitur. Quòd si jam curva S G B sit circulus, & applicationis angulus S P G sit

sit rectus, erit curva S E E *Cissois vulgaris*, seu *Dioclea*; alioquin alterius generis *Cissoidalis*. Hoc autem ἐν παρόδῳ perstringo. Neq; jam ampliùs vos detinebo.

LECT. X.

INstitutum circa tangentes negotium adhuc urgeo.

I. Sit curva quæpiam A E G, nec non alia A F I sic ad illam relata, ut ductâ quâcunque E F ad positione datam A B parallelâ (quæ curvam A E G secet in E, curvámque A F I in F (sit perpetim E F æqualis curvæ A E G ab A intercepto arcui A E; tangat autem recta E T curvam A E G in E, sitque E T æqualis arcui A E, & connectatur recta T F; hæc curvam A F I tanget. Fig. 104.

Nam ducatur utcunque recta G K ad A B parallela, lineas propositas secans, ut cernis; éstque $GK = GH + HK = GH + HT$ (a) $\sqsubset$ arc. $AG = GI$; unde punctum K extra curvam A F I situm est; adeóque recta T K ipsam tangit. (a) 22 Lect. VII.

II. Quòd si recta E F quamlibet ad arcum A E rationem semper eandem habeat, nihilo seciùs recta F T curvam A F I tanget; ut ex hac, & octavæ Lectionis sexta manifestæ consectatur.

Hæc antea pridem aliter ostendimus; ast hæc demonstratio simplicior aliquanto videtur, & clarior; methodóque quam insinuamus accommodatior.

III. Sit *curva* quæpiam A G E, punctúmque designatum D; sit item alia curva A I F talis, ut à D projectâ rectâ quâcunque D E F, sit semper intercepta E F par arcui A E; tangátque recta E T curvam A G E; oportet curvæ A I F *Tangentem* (ad F) designare. Fig. 105.

Fiat T E = arc. A E; sitque curva T K F talis, ut ductâ utcunque (è D) rectâ D K (quæ curvam T K F secet in K, rectámque T E in H) sit

(a) 17. Lect. VIII. sit semper $HK = HT$; tum curvam TKF (a) tangat recta FS in F; hæc curvam AIF quoque continget.

(a) 22. Lect. VII. Est enim $GK = GH + HK = GH + HT$ (a) $GA = GI$. quare punctum K extra curvam AIF jacet; adeóque recta FS curvam AIF continget.

IV. Quòd si recta EF ad arcum AE eandem aliquamcunque statuatur habere proportionem, tangens ejus facilè determinatur ex hac, & octava octavæ Lectionis.

Fig. 106.

V. Sint recta AP, duæque *curvæ* AEG, AFI, ità ad se relatæ ut ductâ utcunque rectâ DEF (quæ rectam AP, curvas AEG, AFI punctis D, E, F, secet) sit semper recta DT æqualis arcui AE; tangat autem recta ET curvam AEG ad E; sumatúrque ET par arcui EA; & sit TR ad BA parallela; connectatur denuò recta RF; hæc curvam AFI tanget.

(a) 22. Lect. VII. (b) 16. Lect. VI. * Hyp. (c) 3 Lect. VIII. (d) 2. Lect. VIII.

Concipiatur enim curva LFL talis; ut ductâ quâcunque rectâ PL ad AB parallelâ (quæ curvam AEG in G, rectam TE in H, curvam LFL in L secet) sit perpetuò recta PL æqualis ipsis TH, HG simul; est itaque PL (a) $\sqsubset$ arc. AEG* $=$ PI. Unde curva LFL curvam AFI tangit. Item recta IK (b) æquatur rectæ TH; (c) adeóque curva LFL rectam RFK tangit; (d) quare curvam AFI tanget recta.

VI. Etiam si rectæ DE ad arcus AE quamlibet semper eandem rationem habeant, recta RF nihilominus curvam AFI tanget, ut ex hac, & sexta octavæ Lectionis facilè patet.

Fig. 107.

VII. Sit punctum D; duæque curvæ AGE, DIF ità versus se relatæ sint, ut à puncto D projectâ quâvis rectâ DFE, sit perpetuò recta DF æqualis arcui AE; tangat autem recta ET curvam AGE ad E; designanda jam est recta, quæ curvam DIF tangat (ad F).

(a) 16. Lect. VIII. Sumatur ET par *arcui* FS; concipiatúrque *curva* DKK talis, ut à D projectâ utcunque rectâ DH (quæ curvam DKK in K, rectam TE in H secet) sit perpetuò $DK = TH$; tum curvam DKK (a) tangat recta FS ad F; hæc curvam DIF quoque tanget.

(b) 22. Lect. VII. (c) Hyp. (d) 4. Lect. VIII. Intelligatur enim *curva* LFL talis, ut à D projectâ quapiam rectâ DH (quæ rectam TE secet in H, curvam LFL in L) sit semper $DL = TH + HG$; est itaque DL (b) $\sqsubset$ arc. AG (c) $=$ DI; (d) itaque curvæ DIF, LFL sese (b) contingent, item curvæ KFK, LFK

LFK sese contingunt. (e) quare curvæ DIF, KFK se quoque contingent. (e) ergo denique recta FS curvam DIF continget. (e) 2. Lect. VIII.

VIII. Quòd si rectæ DF quamvis aliam constanter eandem ad arcus AE rationem obtinuerint, itidem designari potest recta curvam DIF tangens, ex hac, & septima octavæ Lectionis; erit utique tangens ista huic FS parallela.

IX. Hinc nedum *spiralis circularis*, ast innumerabilium simili ratione progenitarum aliarum curvarum *Tangentes* determinantur.

X. Sint curva quæpiam AEH, recta AD (in qua determinatum punctum D) recta DH positione data; sit item curva AGB talis, Fig. 108.
ut in hac assumpto quocunque puncto G, & per hoc ac D projectâ rectâ DGE (quæ curvam AEH secet in E) ductâque GF ad DH parallelâ habeant AE, AF assignatam rationem X ad Y; tangat autem recta ET curvam AEH; recta designetur oportet, quæ curvam AGB ad G tangat.

Fiat recta EV æqualis arcui EA; & concipiatur curva OGO talis, ut projectâ quâcunque rectâ DOL (quæ curvam OGO secet puncto O, rectam ET in L) ductâque OQ ad GF parallelâ, sit VL. AQ :: X. Y; estque curva OGO (è supra monstratis) *Hyperbola*; hanc tangat recta GS; etiam recta GS curvam AGB continget.

Nam concipiatur altera curva NGN talis, ut cùm hanc secet recta arbitraria DL in N, curvam AEH in K, rectam TE in L; ductáq; sit NR ad GF parallela, sit VL + LK. AR :: X. Y; manifestum est curvam NGN utramque curvam AGB, & OGO tangere. [secet enim recta DL curvam AEB in I, ducatúrque IP ad GF parallela; quum ergò sit VL + LK. AR :: X. Y :: AK. AP, & sit VL + LK $\sqsubset$ AK; erit AR $\sqsubset$ AP; vel DR $\sqsupset$ DP; adeóque DN $\sqsupset$ DI; unde punctum N intra curvam AGB semper cadet; ac proinde curva NGN curvam AGB tanget; similique planè discursu curva NGN curvam OGO continget.] Itaque curvæ AGB, OGO sese (æquipollentèr) tangunt. Quare cùm recta GS curvam OGO tangat; eadem curvam AGB quoque continget: Q. E. F.

Si curva AEH sit circuli quadrans, cujus centrum D; erit curva AGB *Quadratrix communis*. Ejus igitur *Tangens* (unà cùm omnium simili ratione genitarum tangentibus) hoc pacto designatur,

Hujusmodi

Hujusmodi plura quædam cogitaram hîc inserere; verùm hæc existimo sufficere subindicando modo, juxta quem, citra *Calculi molestiam, curvarum tangentes* exquirere licet, unáque constructiones demonstrare. Subjiciam tamen unum aut alterum non aspernanda, ut videtur *Theoremata* perquam generalia.

XI. Sit linea quæpiam Z G E, cujus axis V D; ad quam imprimìs applicatæ perpendiculares (V Z, P G, D E) ab initio V Z continuè utcunque crescant; sit item linea V I F talis, ut ductâ quâcunq; rectâ E D F ad V D perpendiculari (quæ *curvas* secet punctis E, F, ipsam V D in D) sit semper *rectangulum* ex D F, & designatâ quâdam R æquale *spatio* respectivè *intercepto* V D E Z; fiat autem D E . D F : : R . D T; & connectatur recta T F; hæc curvam V I F continget.

Fig. 109.

Sumatur enim in linea V I F punctum quodpiam I (illud primò supra punctum F, versus initium V) & per hoc ducantur rectæ I G ad V Z, ac K L ad V D parallelæ (quæ lineas expositas secent, ut vides) éstque tum L F . L K : : (D F . D T : :) D E . R; adeóque L F × R = L K × D E. Est autem (ex præstituta linearum istarum natura) L F × R æquale spatio P D E G; ergò L K × D E = P D E G $\sqsupset$ D P × D E. Unde est L K $\sqsupset$ D P; vel L K $\sqsupset$ L I.

Fig. 110.

Rursus accipiatur quodvis punctum I, infra punctum F, reliquáq; fiant, utì priùs; similíque jam planè discursu constabit fore L K × D E = P D E G $\sqsubset$ D P × D E, unde jam erit L K $\sqsubset$ D P, vel L I. E quibus liquidò patet totam rectam T K F K intra (seu extra) curvam V I F I existere.

Iisdem quoad cætera positis, si *ordinatæ* V Z, P G, D E, *&c.* continuè decrescant, eadem conclusio simili ratiocinio colligetur; unicum obvenit *Discrimen*, quòd in hoc casu (contra quàm in priore) linea V I F concavas suas axi V D obvertat.

Corol. Notetur D E × D T æquari spatio V D E Z.

XII. Exindè deducitur hoc *Theorema*: Sint duæ lineæ quævis Z G E, V K F ta relatæ, ut ad communem ipsarum axem V D applicatâ quâvis rectâ E D F, sit semper quadratum ex D E æquale *duplo spatio* V D E Z; sumatur autem D Q = D E, & connectatur F Q; hæc curvæ V K F perpendicularis erit.

Fig. 111.

Concipiatur enim linea V I F, per F transiens, talis qualem mox attigimus (cujus scilicet ad V D applicatæ se habeant ut spatia VDEZ; hoc est ut quadrata ex applicatis à curva V K F in præsente hypothesi) lineámque

lineámque V I F tangat recta F T; item lineam V K F tangat recta F S. Est ergò S D (*a*) = 2 T D. atqui D E × D T (*b*) = VDEZ. ergò D E × S D = (2 V D E Z =) F D q. unde constat angulum Q F S rectum esse. quod Propositum erat.

(*a*) 5. Lect. IX.
(*b*) *Cor. præc.*

Adjungam & illis cognata hæc.

XIII. Sit curva quævis A G E Z, punctúmque quoddam D (à quo projectæ D A, D G, D E, *&c.* ab initio D A continuò decrescant) tum altera sit curva D K E, priorem intersecans in E, naturâque talis, ut à D utcunque projectâ rectâ D K G (quæ curvam A E Z secet in G, curvam D K E in K) sit perpetuò rectangulum ex D K, & designatâ quâdam lineâ R æquale spatio A D G; tum ductâ D T ad D E perpendiculari, sit D T = 2 R; & connectatur T E; hæc curvam D K E continget.

Fig. 112.

Nam sumpto quovis in curva D K E puncto K, ducatur recta D K G; & sumptâ D L = D K, ducatur L R ad D T parallela (secans ipsam D G in Y). tum per E ducatur E X ad D E perpendicularis (hæc verò extra curvam A E Z, ad partes Z cadet, quia decrescunt projectæ versus Z, unde E X versus A intra curvam E G A cadet; eatenus saltem, quatenus huic Proposito satisfaciet). Sit jam primò punctum G supra E, versus initium A, & ob T D . D E : : R L . L E; adeóque R L × D E = T D × L E (*a*) = 2 R × L E (*a*) = 2 GDE $\sqsubset$ 2 D E X = E X × D E. ergò R L $\sqsubset$ E X $\sqsubset$ L Y. Est autem punctum Y extra curvam, quia D Y $\sqsubset$ D L = D K; ergò magis punctum R est extra curvam.

Fig. 113.
(*a*) *Hyp.*

Sit rursus punctum G infra punctum E versus Z; éstque rursus, utì priùs, R L × D E = 2 G D E $\sqsupset$ 2 triang. E D X = E X × D E. unde R L $\sqsupset$ E X $\sqsupset$ L Y. Est autem recta L Y extra curvam E K tota, (nam etiam extra arcum L K curvæ K E circumductum tota jacet) ergò punctum R rursus extra curvam existit. Liquidum est igitur rectam T E R curvam D K E tangere.

Quòd si punctum aliud in curva D K E designetur, puta K; per quod ducta sit D K G; & fiat D G . D K : : R . P; sumatúrque D T = 2 P; & connectatur T G; tum ducatur K S ad G T parallela; recta K S curvam D K E tanget.

Nam concipiatur curva D O G, per G transiens, talis, ut rectâ quâcunque D O N à D projectâ (quæ curvam D O G secet in O, curvam D N E in M, curvam A G E in N) sit semper D O × P æqualis spatio A D N; erit ideò D M × R = D O × P; ac proinde D M . D O : : P . R. unde lineæ D K E, D O G analogæ erunt. Verùm

rùm ex jam modò ostensis G T curvam D O G tangit; ergò K S ipsam D K E continget.

Notetur esse $DGq . DKq :: 2R . DS$.

Nam est $DGq . DKq = DG.DK + DG.DK = R.P + DT.DS = R.P + 2P . DS = 2RP. \ P \times DS = 2R.DS$. itaque $DGq . DKQ :: 2R . DS$.

Hæc autem perinde vera sunt, nec absimili modò demonstrantur; etiam si projectæ à D rectæ D A, D G, D E, *&c.* pares sint (quo casu curva A G E Z *Circulus* erit, & *Curva* D K E *Spiralis Archimedæa*) aut à D A continuò crescant.

Exindè verò facilè colligitur hoc *Theorema* :

Fig. 114. XIV. Sint duæ curvæ A G E, D K E ità versus se relatæ, ut à designato in curva D K E puncto D ductis rectis D A, D G (quarum hæc ipsam D K E secet in K) sit semper *Quadratum* ex D K *Quadruplum spatii* A D G; ductâ D H ad D G perpendiculari, & facto $DK . DG :: DG . DH$; connexâque H K; erit H K curvæ D K E perpendicularis.

Nam concipiatur linea D O K O, per K transiens, naturâque talis ut ad illam à D projectæ (ceu DK) se habeant in eadem quâ spatia ADG ratione (quales lineas attigimus in proximè superiori) & lineam D O K tangat recta K T, lineam D K E recta K S; conveniant autem hæ cum ipsa H D punctis T, S; est igitur (è præcedente) $DGq . DKq :: \frac{DK}{2} . DT$. hoc est $DH . DK :: \frac{DK}{2} DT$; hoc est (quoniam è * mox præmonstratis $DS = 2DT$) $DH . DK :: (\frac{DK}{2} . \frac{DS}{2} ::) DK . DS$. Liquet igitur rectam H K tangenti K S perpendicularem esse: Q. E. D.

* In 12. hujus.

Ità Propositi nostri priore (quam innuebamus) parte quomodocunque defuncti sumus. Cui supplendæ, appendiculæ instar, subnectemus à nobis usitatum methodum ex Calculo tangentes reperiendi. Quanquam haud scio, post tot ejusmodi pervulgatas atque protritas methodos, an id ex usu sit facere. Facio saltem ex Amici consilio; eóque libentiùs, quòd præ cæteris, quas tractavi, compendiosa videtur, ac generalis. In hunc procedo modum.

Sint A P, P M positione datæ rectæ lineæ (quarum P M propositam curvam secet in M) & M T curvam tangere ponatur ad M, rectam

rectam A P secare ad T; ut ipsius jam rectæ P T quantitatem exquiram; curvæ arcum M N indefinitè parvum statuo; tum duco rectas N Q ad M P, & N R ad A P parallelas; nomino $MP = m$; $PT = t$; $MR = a$; $NR = e$; reliquásque rectas, ex speciali curvæ natura determinatas, utiles proposito, nominibus designo; ipsas autem M R, N R (& mediantibus illis ipsas M P, P T) per *æquationem* è Calculo deprehensam inter se comparo; regulas interim has observans. 1. Inter computandum omnes abjicio terminos, in quibus ipsarum a, vel e potestas habetur, vel in quibus ipsæ ducuntur in se (etenim isti termini nihil valebunt). Fig. 115.

2. Post *æquationem constitutam*, omnes abjicio terminos, literis constantes quantitates notas, seu determinatas designantibus; aut in quibus non habentur a, vel e. (etenim illi termini semper, ad unam æquationis partem adducti, nihilum adæquabunt).

3. Pro a ipsam m; (vel M P) pro e ipsam t (vel *P T*) substituo. Hinc demùm ipsius P T quantitas dignoscetur.

Quòd si calculum ingrediatur curvæ cujuspiam indefinita particula; substituatur ejus loco tangentis particula ritè sumpta; vel ei quævis (ob indefinitam curvæ parvitatem) æquipollens recta.

Hæc autem è subnexis Exemplis clariùs elucescent.

Exemp. I.

Angulus A B H rectus sit; & sit curva A M O talis, ut per A ductâ utcunque rectâ A K, quæ rectam B H secet in K, curvam A M O in M, sit semper subtensa A M æqualis abscissæ B K; hujus curvæ ad M tangens est designanda. Fig. 116.

Fiant quæ supra præscripta sunt, & (ductâ A N L) nominetur $AB = r$; & $AP = q$; unde $AQ = q - e$; item $QN = m - a$. ergò est $qq + ee - 2qe + mm + aa - 2ma = (AQq + QNq = ANq =) BLq$; hoc est (rejectis, uti monitum est, rejiciendis) $qq - 2qe + mm - 2ma = BLq$. Porrò est $AQ . QN :: AB . BL$; hoc est $q - e . m - a :: r . BL = \frac{rm - ra}{q - e}$. quare $\frac{rrmm + rraa - 2rrma}{qq + ee - 2qe} = BLq$; seu (rejectis superfluis) $\frac{rrmm - 2rrma}{qq - 2qe} = BLq = qq - 2qe + mm - 2ma$. vel $rrmm - 2rrma = q^4 - 2q^3e + qqmm - 2qqma - 2q^3e + 4qqee - 2qmme + 4qmae$; hoc est (abjectis iis, quæ præscripsimus

abjici-

abjicienda) $-2rrma = -4q^3e - 2qqma - 2qmme$. vel $rrma - qqma = 2q^3e + qmme$; vel denuò ſubſtituendo m pro a, & t pro e, eſt $rrmm - qqmm = 2q^3t - qmmt$; vel $\frac{rrmm - qqmm}{2q^3 - qmm} = t =$ PT.

Exemp. II.

Sit recta EA (poſitione ac magnitudine data) & curva EMO
Fig. 117. proprietate talis, ut ab ea utcunque ductâ rectâ MP ad EA perpendiculari *Summa Cuborum* ex AP, & MP æquetur *Cubo* rectæ AE.

Nominentur AE $= r$; AP $= f$; unde AQ $= f + e$; & AQ cub. $= f^3 + 3ffe + 3fee + e^3$; (ſeu abjectis ſuperfluis, ex præſcripto) $= f^3 + 3ffe$. Item NQ cub. $=$ cub. $m - a = m^3 - 3mma + 3maa - a^3$ (hoc eſt) $= m^3 - 3mma$. Quapropter eſt $f^3 + 3ffe + m^3 - 3mma =$ (AQ cub. + NQ cub. = AE cub. =) r^3. abjectíſque datis, eſt $3ffe = 3mma = o$. ſeu, $ffe = mma$; ſubrogatíſque loco a, & e ipſis m, & t, erit $fft = m^3$; ſeu $t = \frac{m^3}{ff}$; eſt ergò PT quarta proportionalis in ratione AP ad PM continuata.

Similiter, Si fuerit APqq + MPqq = AEqq; reperietur fore PT $= \frac{m^4}{f^3}$; vel PM quarta proportionalis in ratione AP ad PM; ac ità porrò; quod de *Cycloformibus* iſtis lineis an obſervatu dignum ſit neſcio.

Exemp. III.

Poſitione data ſit recta AZ, & AX magnitudine; ſit etiam *curva*
Fig. 118. *La Galande* AMO talis, ut ductâ utcunque rectâ MP ad AZ normali, ſit AP *cub.* + PM *cub.* = AX × AP × PM.

Dicantur AX $= b$; & AP $= f$; ergò AQ $= f - e$; & AQ *cub.* $= f^3 - 3ffe$; & QN *cub.* $= m^3 - 3mma$. & AQ × QN $= fm - fa - me + ae = fm - fa - me$; unde AX × AQ × QN $= bfm - bfa - bme$; hinc æquatio $f^3 - 3ffe + m^3 - 3mma = bfm - bfa - bme$; ſeu amoliendo rejectanea

ctanea, $bfa - 3mma = 3ffe - bme$; ſubſtituendóque $bfm - 3m^3 = 3fft - bmt$; ſeu, $\frac{bfm - 3m^3}{3ff - bm} = t$.

Exemp. IV.

Sit *Quadratrix* CMV (ad circulum CEB pertinens cui centrum A,) cujus axis VA; ordinatæ CA. MP ad VA perpendiculares.

Protractis rectis AME, ANF, ductíſque rectis EK, FL ad AB Fig. 119.
perpendicularibus, dicantur arcus CB $= p$; radius AC $= r$; recta AP $= f$; AM $= k$. Eſtque jam CA arc. CB :: NR. arc. FE. hoc eſt, $r \,.\, p :: a \,.\, \frac{pa}{r} =$ arc. FE. & AM. MP :: AE. EK; hoc eſt, $k \,.\, m :: r \,.\, \frac{rm}{k} =$ EK; item AE. EK :: arc. FE. LK. hoc eſt $r \,.\, \frac{rm}{k} :: \frac{pa}{r} \,.\, \frac{pma}{rk} =$ LK. Verùm AM. AE :: AP. AK; hoc eſt $k \,.\, r :: f \,.\, \frac{rf}{k} =$ AK. ergò $\frac{rf}{k} - \frac{pma}{rk} =$ AL. Et $\frac{rrff}{kk} - \frac{2fmpa}{kk}$ (abjectis ſuperfluis) $=$ ALq; adeóque LFq $= \frac{rrkk - rrff + 2fmpa}{kk} = \frac{rrmm + 2fmpa}{kk}$.

Eſt autem AQq. QNq :: ALq. LFq; hoc eſt Q: $f - e$. Q: $m + a$ :: ALq. LFq. hoc eſt $ff - 2fe \,.\, mm + 2ma :: rrff - 2fmpa \,.\, rrmm + 2fmpa$. Unde (ſublatis ex norma rejectaneis) emerget æquatio, $ffpa + mmpa - rrfa = rrme$; ſeu $kkpa - rrfa = rrme$; vel ſubſtituendo juxta *præſcriptum*; $kkpm - rrfm = rrmt$; vel $\frac{kkp}{rr} - f = t$. Hinc colligitur eſſe rectam AT $= \frac{kk}{rr}p$; hoc eſt (quoniam, ut notum eſt, AV $= \frac{rr}{p}$) erit AT $= \frac{\text{AMq}}{\text{AV}}$; ſeu, AV. AM :: AM. AT.

Exemp. V.

Fig. 120, 121.

Sit D E B *Quadrans Circuli*, quem tangat recta B X; tum linea A M O talis, ut in recta A V utcunque sumptâ A P, quæ arcum B E adæquet, erectáque P M ad A V normali, sit P M æqualis arcûs B E tangenti B G.

Sumpto arcu $BF = AQ$; & ductâ C F H; demissis E K, F L ad C B normalibus; nominentur $CB = r$. $CK = f$: $KE = g$. Et quoniam est C E . E K :: arc. E F . L K; vel C E . E K :: Q F . L K; hoc est $r . g :: e . \frac{ge}{r} = LK$; erit $CL = f + \frac{ge}{r}$. Et $LF = \sqrt{rr - ff - \frac{2fge}{r}} = \sqrt{gg - \frac{2fge}{r}}$.

Est autem C L . L F :: (C B . B H ::) C B . Q N. hoc est, $f + \frac{ge}{r} . \sqrt{gg - \frac{2fge}{r}} :: r . m - a$. vel (quadrando) $ff + \frac{2fge}{r} . gg - \frac{2fge}{r} :: rr . mm - 2ma$. Unde (dimissis quæ oportet) obtinetur æquatio, $rfma = grre + gmme$. unde substituendo, est $rfmm = grrt + gmmt$. vel $\frac{rfmm}{grr + gmm} = t$. seu (quoniam est $m = \frac{rg}{f}$) erit $t = \frac{rr}{rr + mm} m = \frac{CBq}{CGq} BG = \frac{CKq}{CEq} BG$.

Hæc sufficere videntur huic methodo elucidandæ.

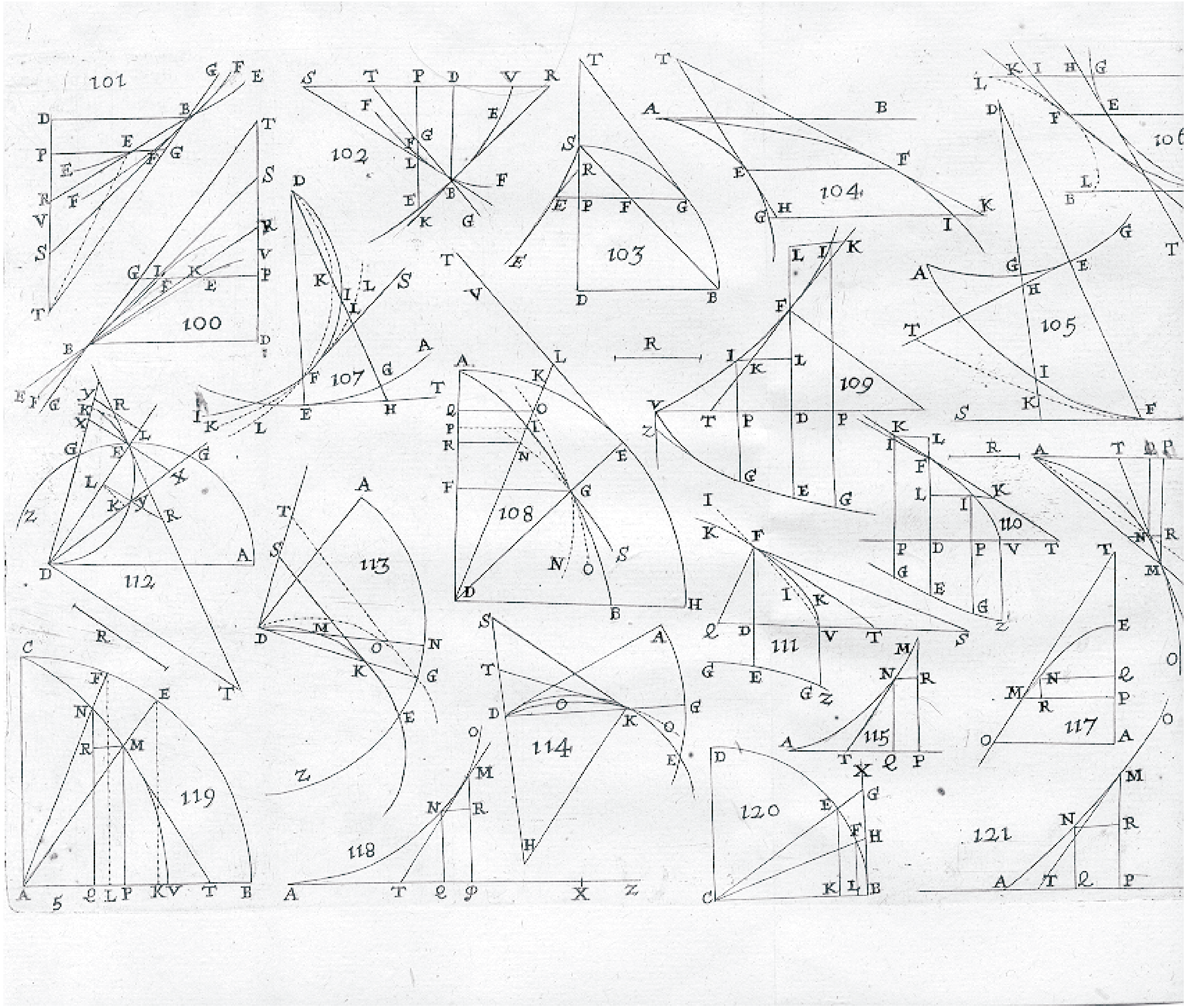
LECT. XI.

inum
siones
utiq;
V D
mpto
Z ad
tium

Fig. 122.

D in-
B Z,
uibus
tur;
; li-
mile
o re-
D H
nstra
mila-
B A ×
ngu-
K I ×
d iti-
A V

isdem


101
102
103
104
106
100
107
105
108
109
112
113
110
111
119
118
114
115
117
120
121