ACTA
ERUDITORUM
ANNO M DCLXXXIV
publicata,
ac
SERENISSIMO FRATRUM PARI,
DN. JOHANNI
GEORGIO IV,
Electoratus Saxonici Hæredi,
&
DN. FRIDERICO
AUGUSTO,
Ducibus Saxoniæ &c.&c.&c.
PRINCIPIBUS JUVENTUTIS
dicata.

Cum S.Cæsareæ Majestatis & Potentissimi Electoris Saxoniæ Privilegiis.

LIPSIÆ,
Proftaut apud J. GROSSIUM & J. F. GLETITSCHIUM,
Typis CHRISTOPHORI GüNTHERI.
Anno M DCLXXXIV.

NOVA METHODUS PRO MAXIMIS *& minimis, itemque tangentibus, quæ nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G. G. L.*

Sit axis AX, & curvæ plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatæ, ad axem normales, VX, WX, YX, ZX, quæ vocentur respective, v, vv, y, z; & ipsa AX abscissa ab axe, vocetur x. Tangentes sint VB, WC, YD, ZE axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Jam recta aliqua pro arbitrio assumta vocetur dx, & recta quæ sit ad dx, ut v (vel vv, vel y, vel z) est ad VB (vel WC, vel YD, vel ZE) vocetur d v (vel d vv, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum vv, aut y, aut z) His positis calculi regulæ erunt tales: TAB. XII.

Sit a quantitas data constans, erit da æqualis o, & $d\overline{ax}$ erit æqu. a dx: si sit y æqu. v (seu ordinata quævis curvæ YY, æqualis cuivis ordinatæ respondenti curvæ VV) erit dy æqu. dv. Jam *Additio & Subtractio:* si sit z -- y + vv + x æqu. v, erit $d\overline{z - y + vv + x}$ seu dv, æqu. d z -- d y + d vv + d x. *Multiplicatio*, $d\overline{xv}$ æqu. x d v + v d x, seu posito y æqu. x v, fiet d y æqu. x d v + v d x. In arbitrio enim est vel formulam, ut x v: vel compendio pro ea literam, ut y, adhibere. Notandum & x & d x eodem modo in hoc calculo tractari, ut y & dy, vel aliam literam indeterminatam cum sua differentiali. Notandum etiam non dari semper regressum a differentiali Æquatione, nisi cum quadam cautione, de quo alibi. Porro *Divisio*, $d\frac{v}{y}$ vel (posito z æqu. $\frac{v}{y}$) d z æqu. $\frac{\pm v\,dy \mp y\,dv}{yy}$.

Quoad *Signa* hoc probe notandum, cum in calculo pro litera substituitur simpliciter ejus differentialis, servari quidem eadem signa, & pro + z scribi + d z, pro -- z scribi -- d z, ut ex additione & subtractione paulo ante posita apparet; sed quando ad exegesin valorum venitur, seu cum consideratur ipsius z relatio ad x, tunc apparere, an valor ipsius dz sit quantitas affirmativa, an nihilo minor seu negativa: quod posterius cum fit, tunc tangens ZE ducitur a puncto Z non versus A, sed in partes contrarias seu infra X, id est tunc cum ipsæ ordinatæ

 z decrez decreſcunt creſcentibus x. Et quia ipſæ ordinatæ v modo creſcunt, modo decreſcunt, erit d v modo affirmativa modo negativa quantitas, & priore caſu 1 V 1 B tangens ducitur verſus A; poſteriore 2 V2B in partes averſas: neutrum autem fit in medio circa M, quo momento ipſæ v neque creſcunt neque decreſcunt, ſed in ſtatu ſunt, adeoque fit d v æqu. o, ubi nihil refert quantitas ſit ne affirmativa an negativa, nam + o æqu. -- o: eoque in loco ipſa v, nempe ordinata L M, eſt ***maxima*** (vel ſi convexitatem Axi obverteret, *Minima*) & tangens curvæ in M neque ſupra X ducitur ad partes A ibique axi propinquat, neque infra X ad partes contrarias, ſed eſt axi parallela. Si dv ſit infinita reſpectu ipſius d x, tunc tangens eſt ad axem recta, ſeu eſt ipſa ordinata. Si d v & d x æquales, tangens facit angulum ſemirectum ad axem. Si creſcentibus ordinatis v, creſcunt etiam ipſa earum incrementa vel differentiæ, dv; (ſeu ſi poſitis d v affirmativis etiam d d v differentiæ differentiarum ſunt affirmativæ, vel negativis negativæ) curva axi obvertit ***concavitatem***; alias ***convexitatem***: ubi vero eſt maximum vel minimum incrementum, vel ubi incrementa ex decreſcentibus fiunt creſcentia aut contra, ibi eſt ***punctum flexus contrarii***, & concavitas atque convexitas inter ſe permutantur, modo non & ordinatæ ibi ex creſcentibus fiant decreſcentes, vel contra, tunc enim concavitas aut convexitas maneret; ut autem crementa continuent creſcere aut decreſcere, ordinatæ vero ex creſcentibus fiant decreſcentes vel contra, fieri non poteſt. Itaque punctum flexus contrarii locum habet, quando neque v neque d v exiſtente o, tamen dd$v$ eſt o. Unde etiam problema flexus contrarii non duas ut problema maximæ, ſed tres habet radices æquales. Atque hæc omnia quidem pendent a recto uſu ſignorum.

Interdum autem adhibenda ſunt *Signa Ambigua*, ut nuper in *diviſione*, antequam ſcilicet conſtet quomodo explicari debeant. Et quidem ſi creſcentibus x, creſcunt (decreſcunt) $\frac{v}{y}$, debent ſigna ambigua in d$\frac{v}{y}$ ſeu in $\frac{\pm v\,dy \mp y\,dv}{yy}$ ita explicari, ut hæc fractio fiat quantitas affirmativa (negativa). Significat autem $\mp$ contrarium ipſius $\pm$, ut ſi hoc ſit + illud ſit --, vel contra. Poſſunt & in eodem calculo occurrere plures ambiguitates, quas diſtinguo parentheſibus, exem-

pli

pli cauſa ſi eſſet $\frac{v}{y} \pm \frac{y}{z} + \frac{x}{v}$ æqu. vv, foret $\frac{\pm v\,dy \mp y\,dv}{yy} + \frac{(\pm)\,y\,dz\,(\mp)\,z\,dy}{zz} + \frac{((\pm))\,x\,dv\,((\mp))\,v\,dx}{vv}$ æqu. d vv, alioqui ambiguitates ex diverſis capitibus ortæ confunderentur. Ubi notandum ſignum ambiguum in ſe ipſum ductum dare $+$, in ſuum contrarium dare $-$, in aliud ambiguum formare novam ambiguitatem ex ambabus dependentem.

Potentiæ dx^a, æqu. $a.x^{a-1}dx$, exempli gratia d,x^3 æqu. $3x^2\,dx$. $d\frac{1}{x^a}$ æqu. $-\frac{a\,dx}{x^{a+1}}$ ex gr. ſi vv ſit æqu. $\frac{1}{x^3}$ fiet d vv æqu. $-\frac{3\,dx}{x^4}$.

Radices: $d,\sqrt[b]{x^a}$, æqu. $\frac{a}{b}dx\sqrt[b]{x^{a-b}}$ (Hinc $d\sqrt[2]{y}$ æqu. $\frac{dy,}{2\sqrt[2]{y}}$ nam eo caſu a eſt 1, & b eſt 2; ergo $\frac{a}{b}\sqrt[b]{x^{a-b}}$ eſt $\frac{1}{2}\sqrt[2]{Y^{-1}}$ jam Y^{-1} idē eſt quod $\frac{1}{y,}$ ex natura exponentium progreſſionis Geometricæ, & $\sqrt[2]{\frac{1}{y}}$ eſt $\frac{1}{\sqrt[2]{Y}}$) $d\frac{1}{\sqrt[b]{x^a}}$ æqu $\frac{-b\,dx}{a\sqrt[b]{x^{b+a}}}$. Sufficiſſet autem regula potentiæ integræ tam ad fractas quam ad radices determinandas, potentia enim fit fracta cum exponens eſt negativus, & mutatur in radicem cum exponens eſt fractus, ſed malui conſequentias iſtas ipſe deducere, quam aliis deducendas relinquere, cum ſint admodum generales, & crebro occurrentes, & in re per ſe implicita præſtet facilitati conſulere.

Ex cognito hoc velut *Algorithmo*, ut ita dicam, calculi hujus, quem voco *differentialem*, omnes aliæ æquationes differentiales inveniri poſſunt per calculum communem, maximæque & minimæ, itemque tangentes haberi, ita ut opus non ſit tolli fractas aut irrationales, aut alia vincula, quod tamen faciendum fuit ſecundum Methodos hactenus editas. Demonſtratio omnium facilis erit in his rebus verſato, & hoc unum hactenus non ſatis expenſum conſideranti, ipſas dx, dy, dv, dvv, dz, ut ipſarum x, y, v, vv, z (cujusque in ſua ſerie) differentiis ſive incrementis vel decrementis momentaneis proportionales haberi poſſe. Unde fit ut propoſita quacunque æquatione ſcribi poſſit ejus æquatio differentialis

alis, quod fit pro quolibet *membro* (id est parte, quæ sola additione vel subtractione ad æquationem constituendam concurrit) substituendo simpliciter quantitatem membri differentialem, pro alia vero quantitate, (quæ non ipsa est membrum, sed ad membrum formandum concurrit) ejus quantitatem differentialem ad formandam quantitatem differentialem ipsius membri adhibendo, non quidem simpliciter, sed secundum Algorithmum hactenus præscriptum. Editæ vero hactenus Methodi talem transitum non habent, adhibent enim plerumque rectam ut DX, vel aliam hujusmodi, non vero rectam dy, quæ ipsis DX, XY, dx est quarta proportionalis, quod omnia turbat; hinc præcipiunt ut fractæ & irrationales (quas indeterminatæ ingrediuntur) prius tollantur, patet etiam methodum nostram porrigi ad lineas transcendentes, quæ ad calculum Algebraicum revocari non possunt, seu quæ nullius sunt certi gradus, idque universalissimo modo, sine ullis suppositionibus particularibus non semper succedentibus, modo teneatur in genere, *tangentem* invenire, esse rectam ducere, quæ duo curvæ puncta distantiam infinite parvam habentia, jungat, seu latus productum polygoni infinitanguli, quod nobis *curvæ* æquivalet. Distantia autem illa infinite parva semper per aliquam differentialem notam, ut dv, vel per relationem ad ipsam exprimi potest, hoc est per notam quandam tangentem. Speciatim, si esset y, quantitas transcendens exempli causa ordinata cycloeidis, eaque calculum ingrederetur, cujus ope ipsa Z ordinata alterius curvæ esset determinata, & quæreretur dz seu per eam tangens hujus curvæ posterioris, utique determinanda esset dz per dy, haberetur autem dy, quia habetur tangens cycloeidis. Ipsa autem tangens cycloeidis, si nondum haberi fingeretur, similiter calculo inveniri posset ex data proprietate tangentium circuli.

Placet autem exemplum calculi proponere, ubi notetur me divisionem hic designare hoc modo, x : y quod idem est ac x divis. per y seu $\frac{x}{y}$. Sit æquatio *prima* seu data, $x : y + \overline{a+bx}\,\overline{c-xx} : \text{quadrat.}\ \overline{ex+fxx} + ax\sqrt{gg+yy} + yy : \sqrt{hh+lx+mxx}$ æqu. 0, exprimens relationem inter x & y seu inter AX & XY, posito ipsas a, b, c, e, f, g, h, l, m esse datas; quæritur modus ex dato puncto Y educendi

YD

YD quæ curvam tangat, ſeu quæritur ratio rectæ DX ad rectam datam XY. Compendii cauſa pro $a + bx$ ſcribamus n; pro $c - xx$, p; pro $ex + fxx$, q; pro $gg + yy$, r; pro $hh + lx + mxx$, s, fiet $x:y + \overline{np}:qq + ax\sqrt{r} + yy:\sqrt{s}$ æqu. 0. Quæ ſit Æquatio *Secunda*. Jam ex calculo noſtro conſtat $d,x:y$ eſſe $\pm \overline{xdy \mp ydx},:yy$; & ſimiliter $d,np:qq$ eſſe $(\pm)\,2npdq\,(\mp)\,\overline{qndp + p\,dn},:q^3$ & $d,ax\sqrt{r}$ eſſe $-axdr:2\sqrt{r} + adx\sqrt{r}$; & $d,yy:\sqrt{s}$ eſſe $((\pm))\,yyds\,((\mp))\,4ysdy,:2s\sqrt{s}$, quæ omnes quantitates differentiales inde ab ipſo $d,x:y$ uſq; ad $d,yy:\sqrt{s}$ in unum additæ, facient 0, & dabunt hoc modo Æquationem *tertiam*, ita enim pro membris ſecundæ æquationis ſubſtituuntur quantitates eorum differentiales. Jam dn eſt b dx, & dp eſt $-2xdx$, & dq eſt $e\,dx + 2fx\,dx$, & dr eſt $2ydy$, & ds eſt $l\,dx + 2mx\,dx$ Quibus valoribus in Æquatione tertia ſuſtitutis habebitur æquatio *quarta*, ubi quantitates differentiales quæ ſolæ ſuperſunt, nempe dx, dy, ſemper reperiuntur extra nominatores & vincula, & unum quodque membrum afficitur vel per dx vel per dy, ſervata ſemper lege homogeneorum quoad has duas quantitates, quomodocunque implicatus ſit calculus; unde ſemper haberi poteſt valor ipſius $dx:dy$ ſeu rationis dx ad dy hoc eſt DX quæſitæ ad XY datam, quæ ratio in hoc noſtro calculo (mutando æquationem quartam in Analogiam) erit ut $\pm x:y + \overline{axy:\sqrt{r}}\,((\pm))\,2y:\sqrt{s}$ eſt ad $\pm 1:y\,(\pm)\,2npe + 2fx:q\,(\pm) - 2nx + pb:qq + a\sqrt{r}\,((\pm))\,yyl + 2mx;2s\sqrt{s}$. Dantur autem x & y ex dato puncto Y. Dantur & valores ſupra ſcripti literarum n, p, q, r, s, per x & y. Habetur ergo quæſitum. Atque hoc exemplum ſatis implicatum ideo tantum aſcripſimus, ut modus ſuperioribus regulis in calculo etiam difficiliore utendi appareret. Nunc præſtat uſum in exemplis intellectui magis obviis oſtendere.

Data ſint duo puncta C & E, & recta SS in eodem cum ipſis plano, quæritur punctum F in recta SS ita ſumendum, ut junctis CF, FE, ſit aggregatum rectangulorum, CF in datam h, & FE in datam r, omnium poſſibilium minimum, hoc eſt ſi SS ſit mediorum ſeparatrix, & h repræſentet denſitatem medii, ut aquæ, a parte C & r denſitatem medii ut aeris, a parte E, quæritur punctum F tale, ut via a C ad E per F ſit omnium poſſibilium facillima. Ponamus omnia iſta rectangulorum aggregata poſſibilia, vel omnes viarum poſſibilium difficultates, repræsentari per ipsas KV, curvæ VV ordinatas ad rectam GK normales, quas vocabimus ω, quærique minimam earum, NM. Quia dantur puncta C & E, dabuntur & perpendiculares ad SS nempe CP (quam vocabimus c) & EQ (quam e) & præterea PQ (quam p) ipsam autem QF quæ sit æqualis ipsi GN (vel AX) vocabimus x, & CF, f; & EF, g; fiet FP, $p - x$; f æqu & $\sqrt{cc + pp - 2px + xx}$, seu compendio $\sqrt{l}$, & g æq. $\sqrt{ee + xx}$ seu compendio $\sqrt{m}$. Habemus ergo ω æqu $h\sqrt{l} + r\sqrt{m}$, cujus æquationis æquatio differentialis (posito $d\omega$ esse 0, in casu minimæ) est 0 æqu $-h\,dl : 2\sqrt{l} - r\,dm : 2\sqrt{m}$ per regulas calculi nostri traditas; jam dl est $-2dx\,\overline{p - x}$, & dm est $2x\,dx$, ergo fit : $h\,\overline{p - x} : f$ æqu. $rx : g$. quod si jam hæc accommodentur ad dioptricam, & ponantur f & g, seu CF & EF æquales, quia eadem manet refractio in puncto F quantacunque ponatur longitudo rectæ CF, fiet $h\,\overline{p - x}$ æqu. rx, seu $h : r :: x : \overline{p - x}$, seu h ad r ut QF ad FP, hoc est sinus angulorum incidentiæ & refractionis FP & QF erunt reciproce ut r & h, densitates mediorum in quibus fit incidentia & refractio. Quæ densitas tamen non respectu nostri, sed respectu resistentiæ quam radiis lucis faciunt intelligenda est. Et habetur ita demonstratio calculi, alibi a nobis in his ipsis Actis exhibiti, quando generale Opticæ, Catoptricæ & Dioptricæ fundamentum exponebamus. Cum alii doctissimi Viri multis ambagibus venati sint, quæ hujus calculi peritus tribus lineis imposterum præstabit. Quod alio adhuc exemplo docebo. Sit curva 133 talis naturæ, ut a puncto ejus quocunque ut 3 ductæ ad sex puncta fixa in axe posita, 4, 5, 6, 7, 8, 9, sex rectæ 34, 35, 36, 37, 38, 39 simul additæ, sint rectæ datæ g, æquales. Sit axis T 1 4 5 2 6 7 8 9, & 12 sit abscissa, 23 ordinata, quæritur tangens 3 T, dico fore T2 ad 23 ut $\frac{23}{34} + \frac{23}{35} + \frac{23}{36} + \frac{23}{37} + \frac{23}{38} + \frac{23}{39}$ est ad $-\frac{24}{34} - \frac{25}{35} + \frac{26}{36} + \frac{27}{37} + \frac{28}{38} + \frac{29}{39}$. Eademque erit regula, continuatis tantum terminis, si non sex sed decem vel plura puncta fixa supponerentur, qualia secundum methodos tangentium editas calculo præstare sublatis irrationalibus, tædiosissimæ & aliquando insuperabilis operæ foret, ut si rectangula plana vel solida secundū omnes biniones vel terniones possibiles ex rectis illis composita datæ quantitati æquari deberent; in quibus omnibus, & multo implicatioribus, methodi nostræ eadem est opinione multo major, rarissimique exempli facilitas. Et hæc quidem

initia

initia sunt tantum Geometriæ cujusdam multo sublimioris, ad difficillima & pulcherrima quæque etiam mistæ Matheseos problemata pertingentis, quæ sine calculo nostro differentiali aut simili non temere quisquam pari facilitate tractabit. Appendicis loco placet adjicere solutionem Problematis, quod Cartesius a Beaunio sibi propositum, Tom. 3. Epist. tentavit, sed non solvit. Lineam invenire WW talis naturæ, ut ducta ad axem tangente WC, sit XC semper æqualis eidem rectæ constanti, a. Jam XW seu w ad XC seu a, ut d w ad d x: Ergo si dx (quæ assumi potest pro arbitrio) assumatur constans sive semper eadem nempe b, seu si ipsæ x sive AX crescant uniformiter, fiet W æqu. $\frac{a}{b}dw$, quæ erunt ipsæ W ordinatæ, ipsis dw, suis incrementis sive differentiis, proportionales, hoc est si x sint progressionis arithmeticæ, erunt w progressionis Geometricæ, seu si w sint numeri, x erunt logarithmi: linea ergo WW logarithmica est.

LAURENTII STRAUSSII Med. D. hujusque & Physic. Prof. Gissens. Isagoge Physica.

Editio secunda Ulmæ, 1684, in 8.

Continet Liber integram doctrinam Physicam per theoremata & axiomata, quibus partibus singula capita constant, explicatam. In Axiomatibus controversiæ juxta hypotheses scriptorum, non solum antiquorum, sed & recentium breviter proponuntur, & additis limitationibus deciduntur. Eclecticam ergo philosophandi rationem sequitur, in qua sæpe Sperlingii opiniones præ Peripateticis placent, sæpe etiam recentissimorum Philosophorum inventa approbantur.

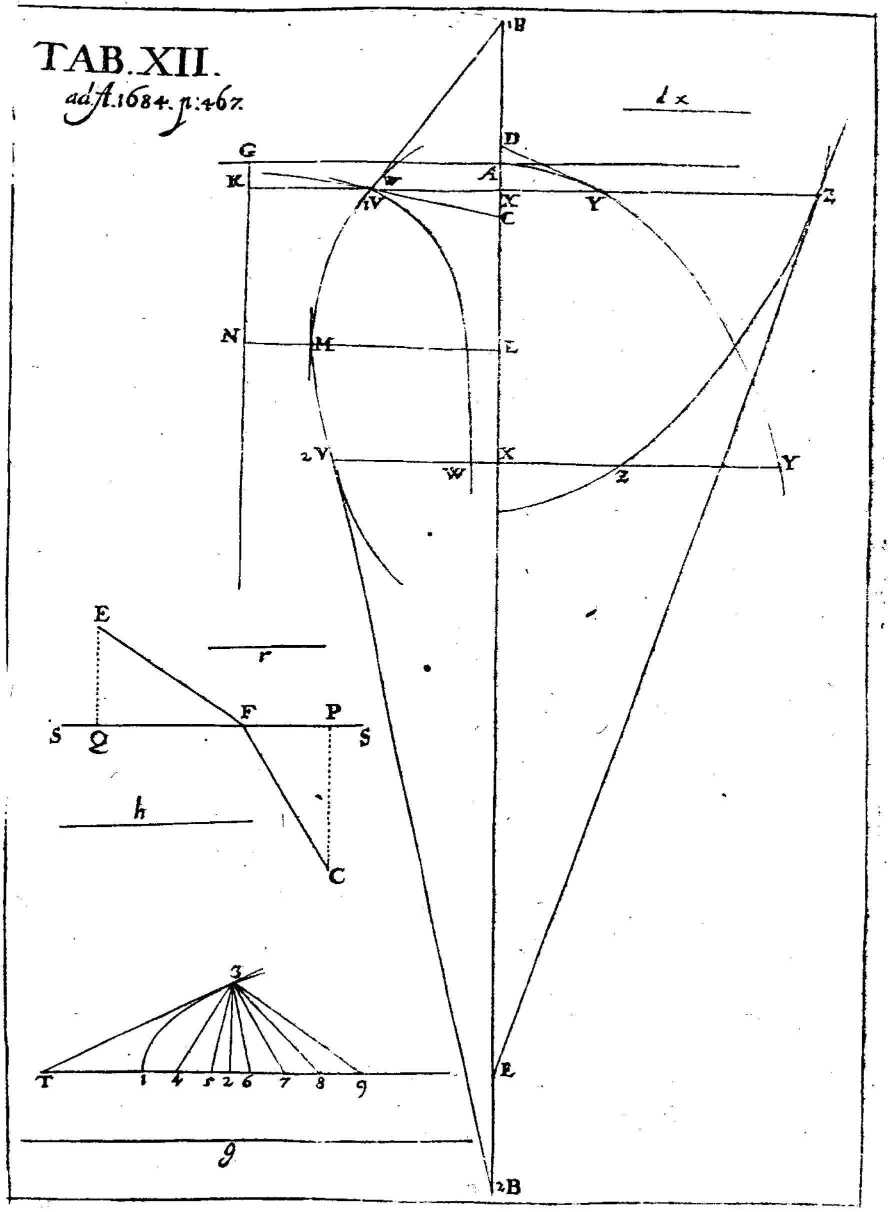
GUNTHERI CHRISTOPHORI SCHELHAMMERI, Med. Doct. & Prof. in Academia Julia de Auditu Liber unus.

Lugd. Batav. apud Petrum de Graaf. anno 1684.

Auditus rationem doctissimus Vir sibi præprimis excolendam sumsit, quod neminem sciret accurato satis studio in eam inquisivisse. Primam occasionem meditationis casus suggessit. Dum

TAB. XII.

ad A. 1684. p. 467.



IV. *Mathematica.*

V. *Historica & Geographica.*

Varil-